

テニスラケットの反発特性に及ぼすフレームの局所的剛性変更の効果

神 田 芳 文

(成蹊大学工学部)

As a higher value of the natural frequency of a tennis racket produces a good rebound of a ball, it is an important factor affecting the restitution. In order to seek an optimum modification of a part of frame rigidity for increasing the natural frequency effectively, we investigate the effects of the frame rigidity on the frequency using finite element analysis. Although both bending and torsional rigidities of the frame are concerned with the variation of natural frequency, the modification of torsional rigidity is more effective to increase the frequency. The optimum locations of modification exist at a node of vibration with torsional rigidity and an antinode with bending rigidity.

1. はじめに

テニスラケットの反発特性に与えるフレーム剛性の影響はかなり良く知られており¹⁾、質量特性が同じならば高剛性のラケットの方が反発は良い。質量特性が同じ場合、剛性の変化は固有振動数の変化になって現れ、どの固有振動モードがどの程度反発に寄与しているかもわかっている²⁾ので、反発特性よりも格段に解析が容易な固有振動数について調べることにより、手軽に場合をつくした詳細な研究調査が可能になる。

フレームのごく一部の剛性を高めることにより、最も有效地にラケットの固有振動数を高めることを考える場合、ラケット全体を一本のストレートはりとみなすことができれば、曲げモードに関しては振動の腹付近の、ねじりモードに関しては振動の節付近の剛性を高めれば、有効に固有振動数を高めることができる。しかし、実際のラケットフレームは複雑な断面の曲がったパイプ状構造物であって、ラケットの曲げ振動であってもねじり振動であってもそれぞれに、パイプ状部材の曲げ剛性とねじり剛性の両方が関与する。従って、ラケットの固有振動数を変更する際に、フレームのどの部分の曲げあるいはねじり剛性をどの程度変更すれば効果のかを経験と直感で予測することは相当に困難であるが、これに明確な指針を与える研究成果は現在のところ見当たらない。

そこで本報告においては、ストリングスのないフレームのヘッド部分のみ、ストリングスのないフレーム全体、ラケット全体の3段階に分けて、3次元はり要素によりモデル化したフレームをもつラケットモデルに対して、有限要素法による固有振動解析を要素ごとに曲げ剛性およびねじり剛性を局所的に変えつつ行うことにより、フレームの局所的剛性変更がラケットの低次の固有振動数に与える影響を詳細に調べる。

2. 有限要素モデル

フレーム部材は図1に示すような2節点の3次元はり要素でモデル化する。 $x - y - z$ 座標系は要素上の局所座標系で、 x 軸はフレームに沿って、 y 軸はフェイス面内でラケットの外向き法線方向に、 z 軸はフェイス面に垂直にとる。このはり要素の剛性には y 軸まわりの曲げ剛性 $E I_y$ 、 z 軸まわりの曲げ剛性 $E I_z$ 、 x 軸まわりのねじり剛性 $G J$ がある。

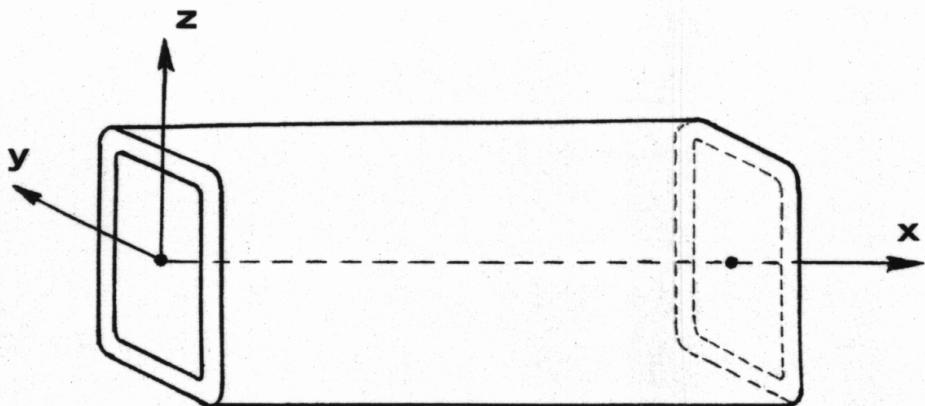


図1 3次元はり要素

ラケットモデルは図2に示すように、フレーム全体を図1のはり要素により97要素、96節点で、ストリングスはひも要素により619要素、364節点でモデル化する。局所的な剛性変更を行う前の標準ラケットのモデルは、実在のラケットと幾何学的形状、全質量、バランス、静的負荷（縦・横圧縮、y軸まわりの曲げ）による変形が一致するように、質量分布および剛性分布が定められており、フレームについてその結果を図3に示す（曲げ剛性 $E I_z$ についてはラケットの面外振動には影響を与えないものと考慮しない）。

この標準ラケットからストリングスを除去したフレームの1次（2節）曲げ、1次（1節）ねじり、2次（3節）曲げ、3次（4節）曲げの各固有振動数を実験値と計算値を対比させて示すと表1のようになる。フレームにストリングスを張った影響は単にストリングスの質量と剛性が付加されるだけではなくいくぶん複雑な要因がからんでおり、それを考慮した解析を行っているが、詳しい説明は本題からはずれるので、別の機会に譲る。公称 55lb の張力で張ったストリングスのゆるみを考慮した実初期張力が長手(x)方向 53lb、横断(y)方向 34lb として、標準ラケットの1次（2節）曲げ、1次（1節）ねじり、2次（3節）曲げ、1次（無節）ストリングス、3次（4節）曲げ、2次（2節）ねじりの各固有振動数を実験値と計算値を対比させて示すと表2のようになる。標準ラケットの低次の固有振動モードの計算結果を節と腹の位置で示すと図4のようになる。ストリングスのない標準フレームについても図4とほとんど同じである。

表1と表2に示すように、標準フレームと標準ラケットの固有振動数の解析結果は実験結果と非常に良く一致している。

3. 局所剛性の変更方法

フレームの局所的剛性変更の影響を理解しやすくするため、まずストリングスのないフレームのうちのヘッド部分、すなわち図2における要素番号でいえば要素 21 から要素 81 までと要素 89 から要素 97 までからなる楕円形に近い形状の部分について、次にストリングスのないフレームについて、最後にラケットについて解析した。

フレーム剛性を局所的に変更するに当たっては、基本的に要素ごとの変更とするが、中心軸に関して対称の位置にある要素は同時に同じだけの剛性変更を行うものとする。従って、要素 14 から要素 50 までと要素 89 から要素 92 までは、それぞれ要素 88 から要素 52 までと要素 97 から要素 94 までとペアで剛性変更する。

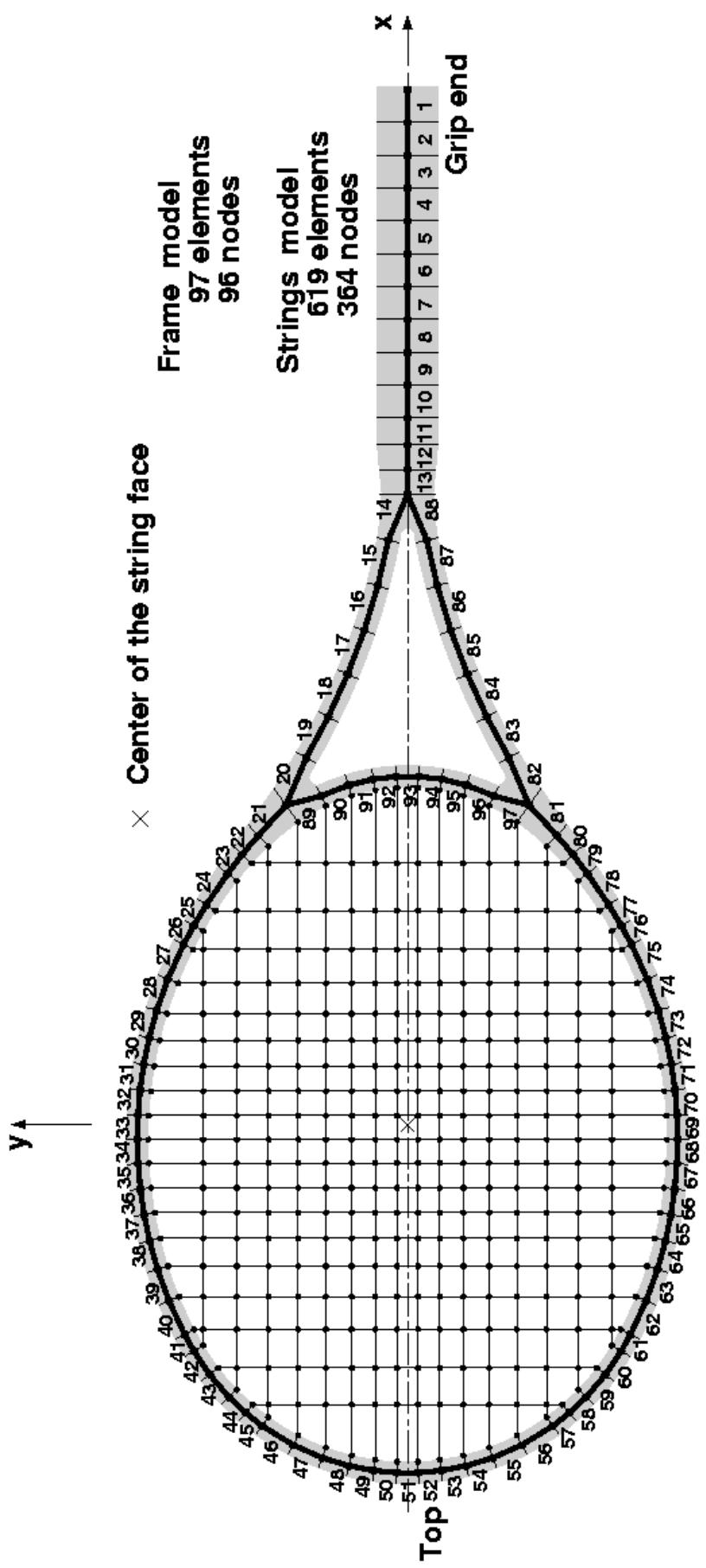


図2 ラケットの有限要素モデル

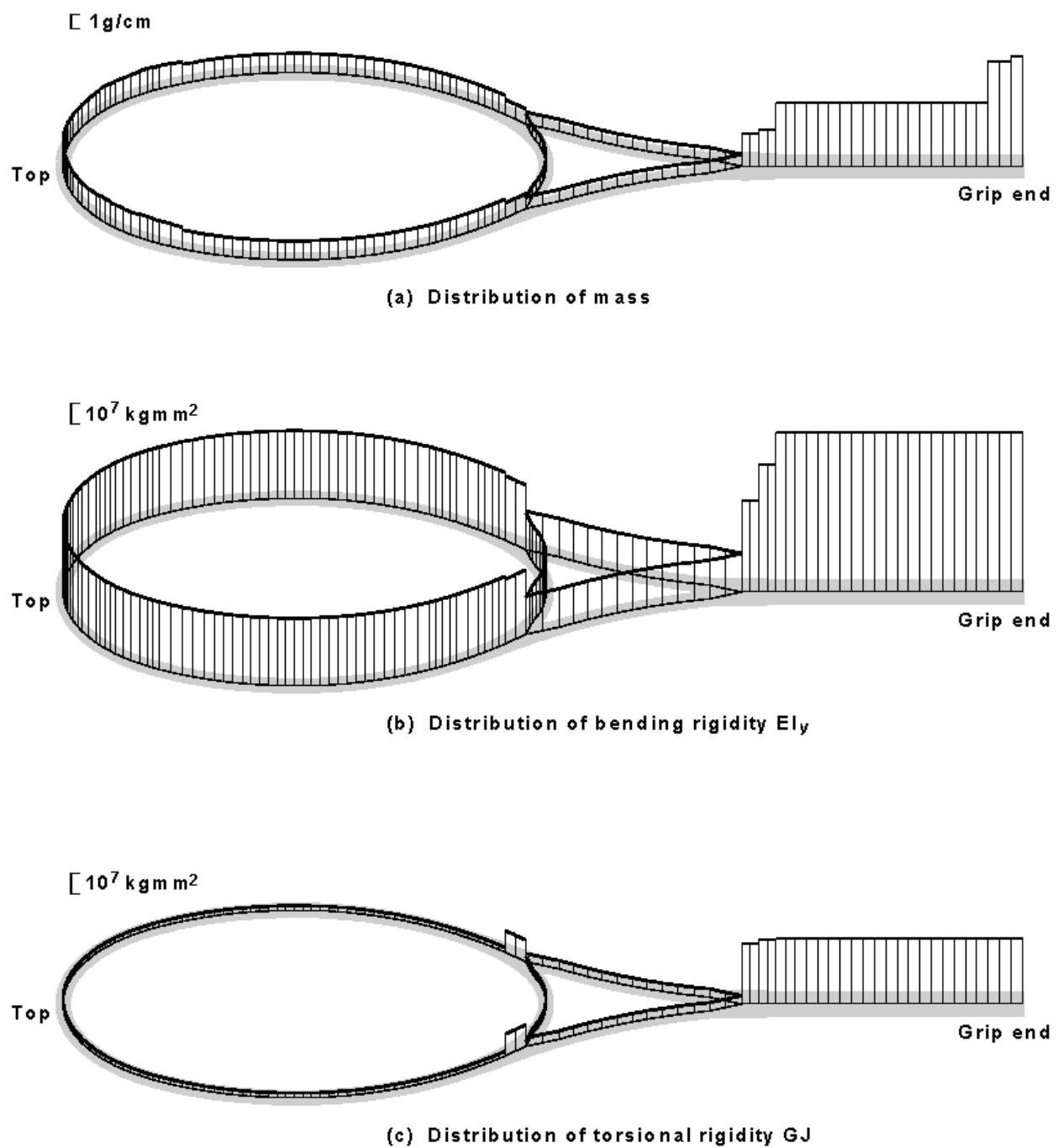


図3 標準フレームの物理特性の分布

フレームの剛性変更は、対称の位置にある 1 ペア（あるいは場所によっては 1 要素）のみを標準フレームの 10 分の 1 倍から 10 倍まで、 10^1 倍、 $10^{0.75}$ 倍、 $10^{0.5}$ 倍、 $10^{0.25}$ 倍、 10^0 倍、 $10^{0.25}$ 倍、 $10^{0.5}$ 倍、 $10^{0.75}$ 倍、 10^1 倍の 9 段階に分けて行う。この倍率を剛性比(Stiffness ratio)と呼ぶことにする。曲げ剛性 $E I_z$ の変更はラケットの面外振動には影響を与えないで、曲げ剛性 $E I_y$ およびねじり剛性 $G J$ を変更する。変更はすべてのペア（あるいは要素）について行ったが、結果の表示においては特徴的な個所のみを載せた。

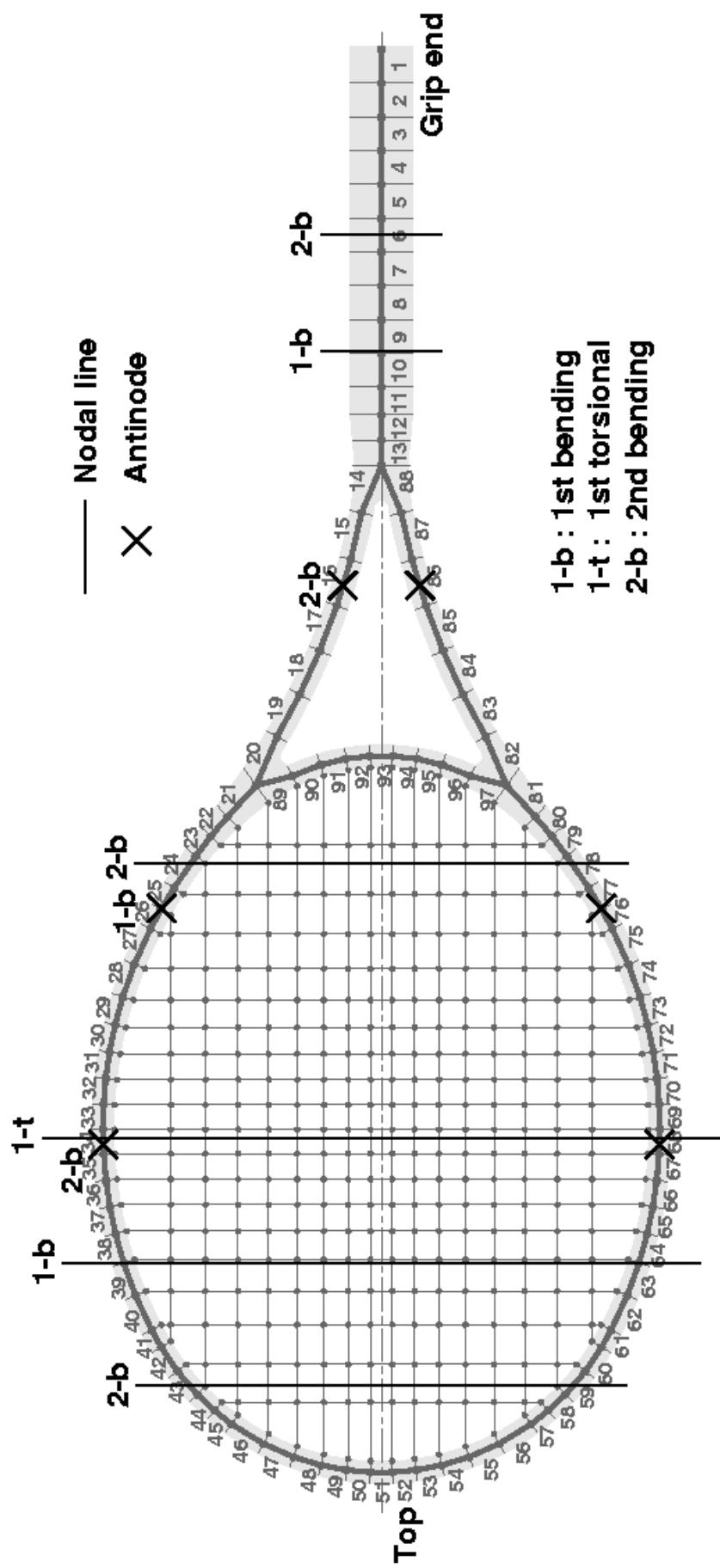


図4 ラケットの固有振動モードにおける筋と腹の位置

表1 フレームの固有振動数

Modes	Frequencies (Hz)	
	Experimental	Calculated
1 st bending	162.94	163.37
1 st torsional	448.89	450.73
2 nd bending	465.30	478.31
3 rd bending	1022.25	1020.27

表2 ラケットの固有振動数

Modes	Frequencies (Hz)	
	Experimental	Calculated
1 st bending	154.5	152.71
1 st torsional	417.5	413.88
2 nd bending	447.5	457.70
1 st strings	655.0	638.72
3 rd bending	990.0	981.30
2 nd torsional	1055.0	1054.17

表3 ラケットヘッドの固有振動数

Modes	Frequencies (Hz)
	Calculated
1 st torsional	411.67
1 st bending	453.81
2 nd torsional	1325.06
2 nd bending	1471.68

剛性変更によって生ずる固有振動数の変化は各振動モードごとに、標準ヘッド、標準フレームあるいは標準ラケットそれぞれについて標準となるものの固有振動数との比で表わし、これを振動数比(Frequency ratio)と呼ぶことにする。

4. 結果および考察

4. 1 ラケットヘッド

解析により得られたラケットヘッド部のみの固有振動数のうち低次のものを参考として表3に示す。フレームの剛性を局所的に変えたときの固有振動数の変化を、1次ねじりモードについて図5に、1次曲げモードについて図6にそれぞれ示す。

これらの図より、剛性を変更した効果が現れる場合においては、全般的に標準フレームより剛性を低くしたときの影響が、剛性を高くした場合よりも数倍大きく、標準フレームが既に相当に高い剛性をもっていること、その傾向は曲げ剛性において顕著であり標準フレームの曲げ剛性がヘッド部ではほとんど飽和に近い状態にあることがわかる。従って、剛性増加の効果は主としてねじり剛性の増加に頼らざるを得ないことがわかる。このことは図3の(b)と(c)を比較することによってもある程度理解できる。

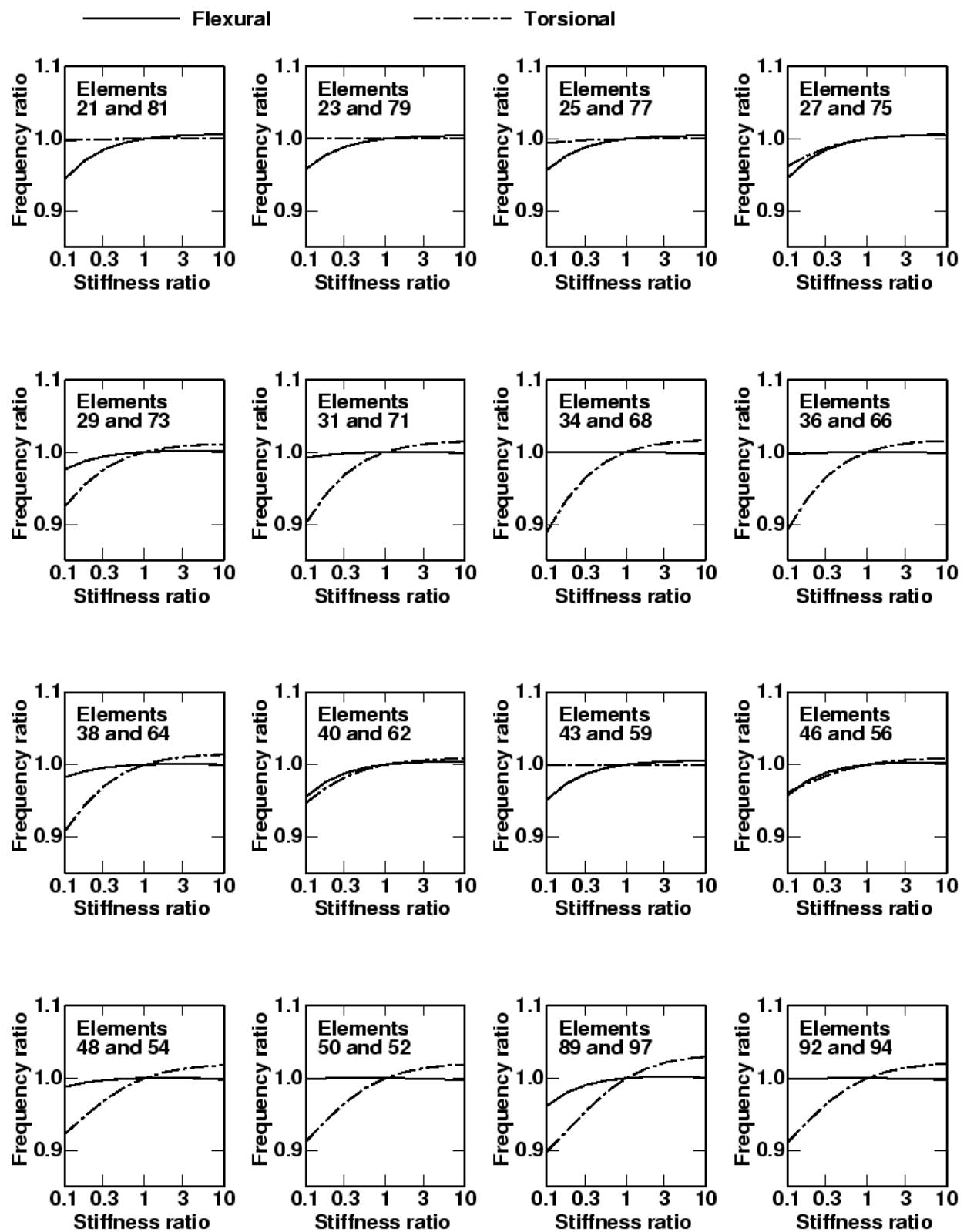


図5 ラケットヘッドの1次ねじり固有振動数に及ぼすフレーム剛性変更の影響

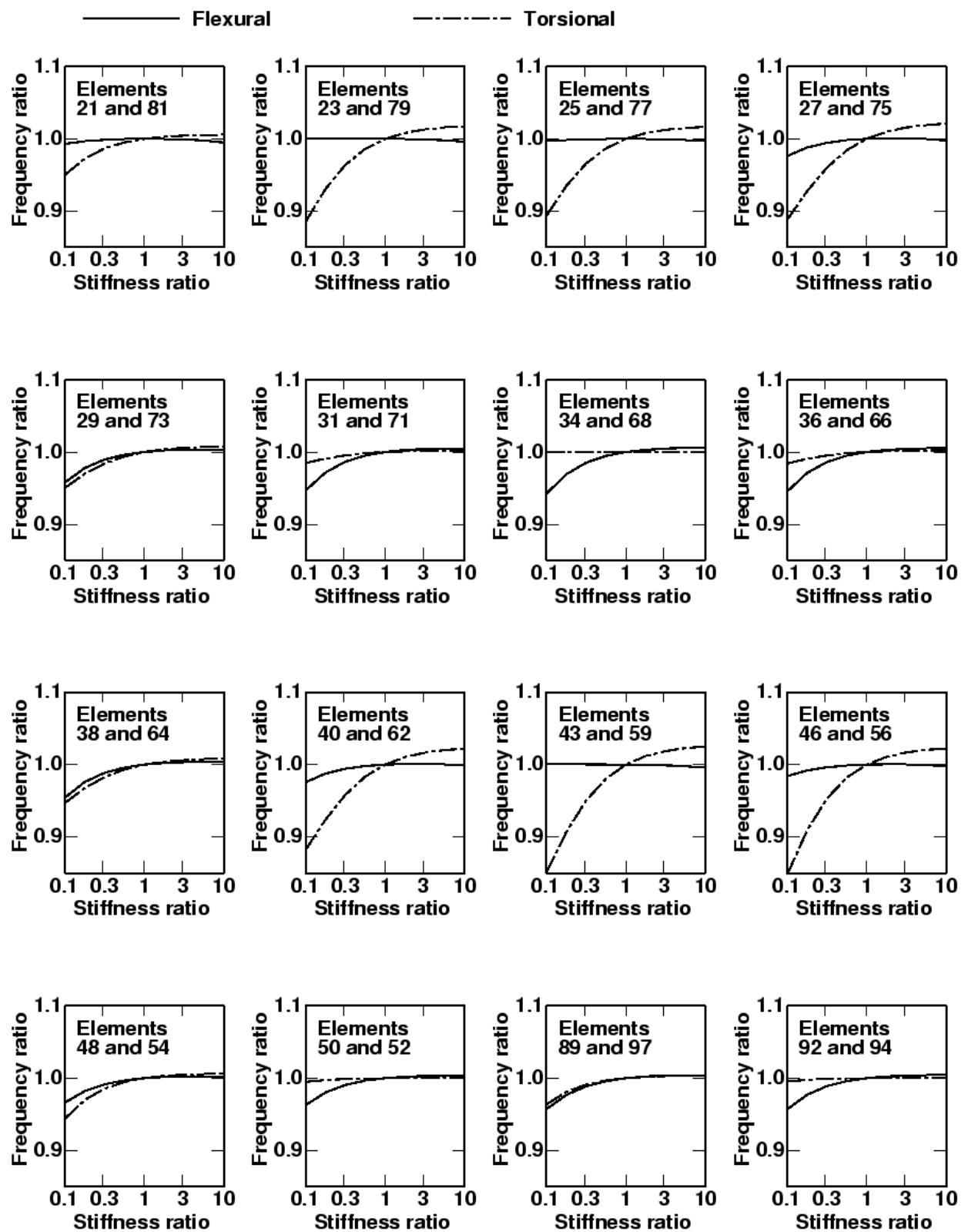


図6 ラケットヘッドの1次曲げ固有振動数に及ぼすフレーム剛性変更の影響

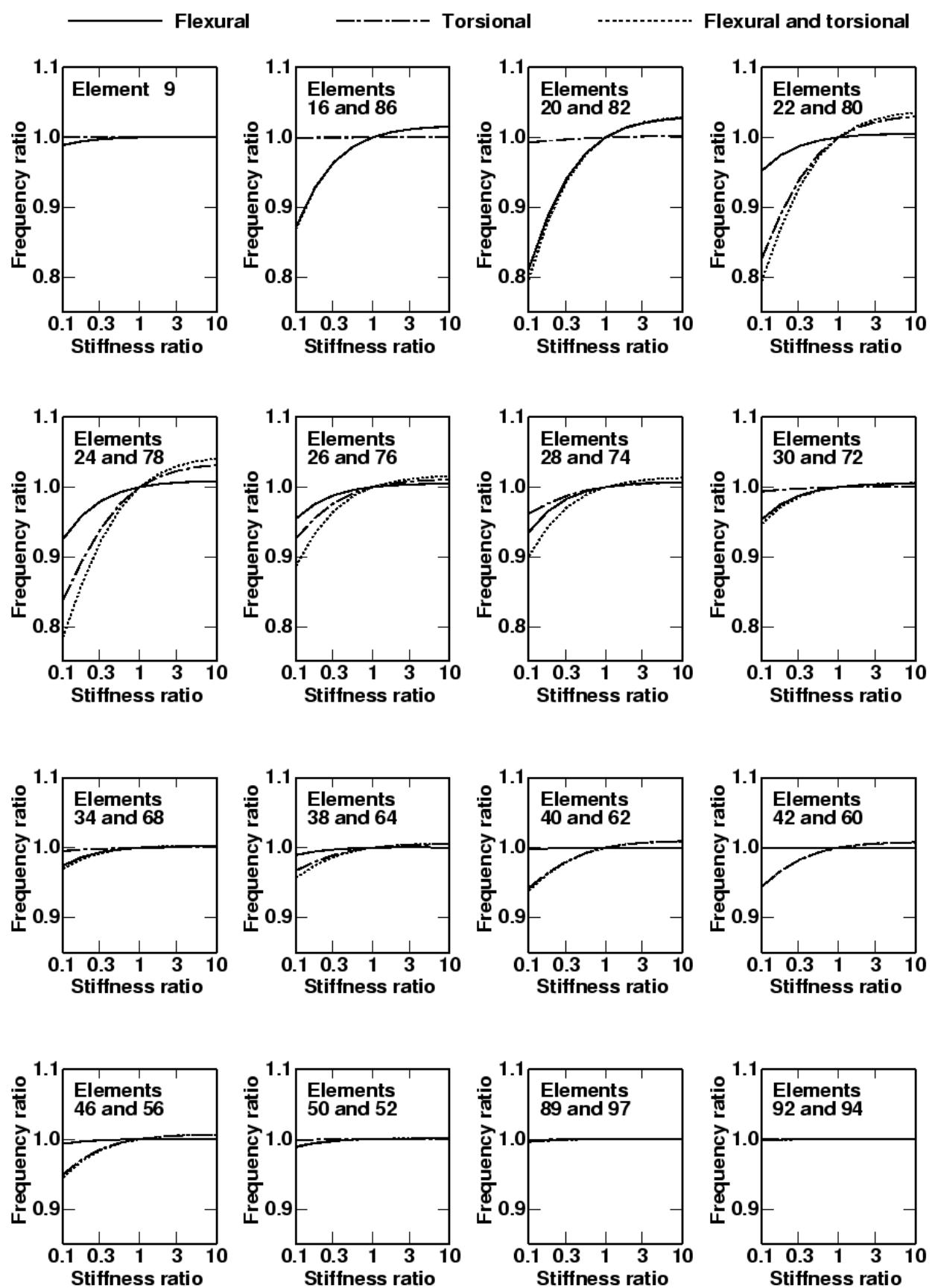


図7 フレームの1次曲げ固有振動数に及ぼすフレーム剛性変更の影響

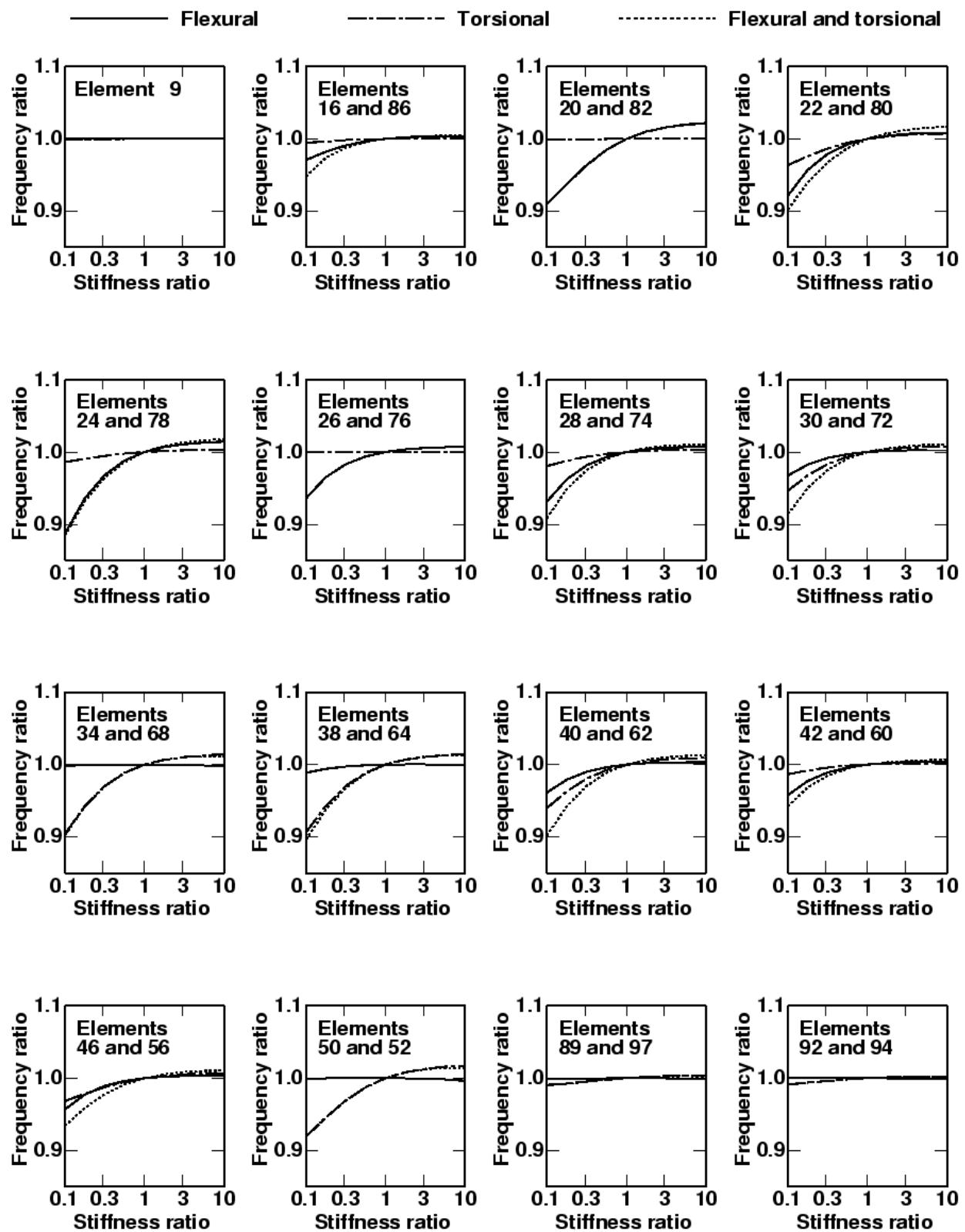


図8 フレームの1次ねじり固有振動数に及ぼすフレーム剛性変更の影響

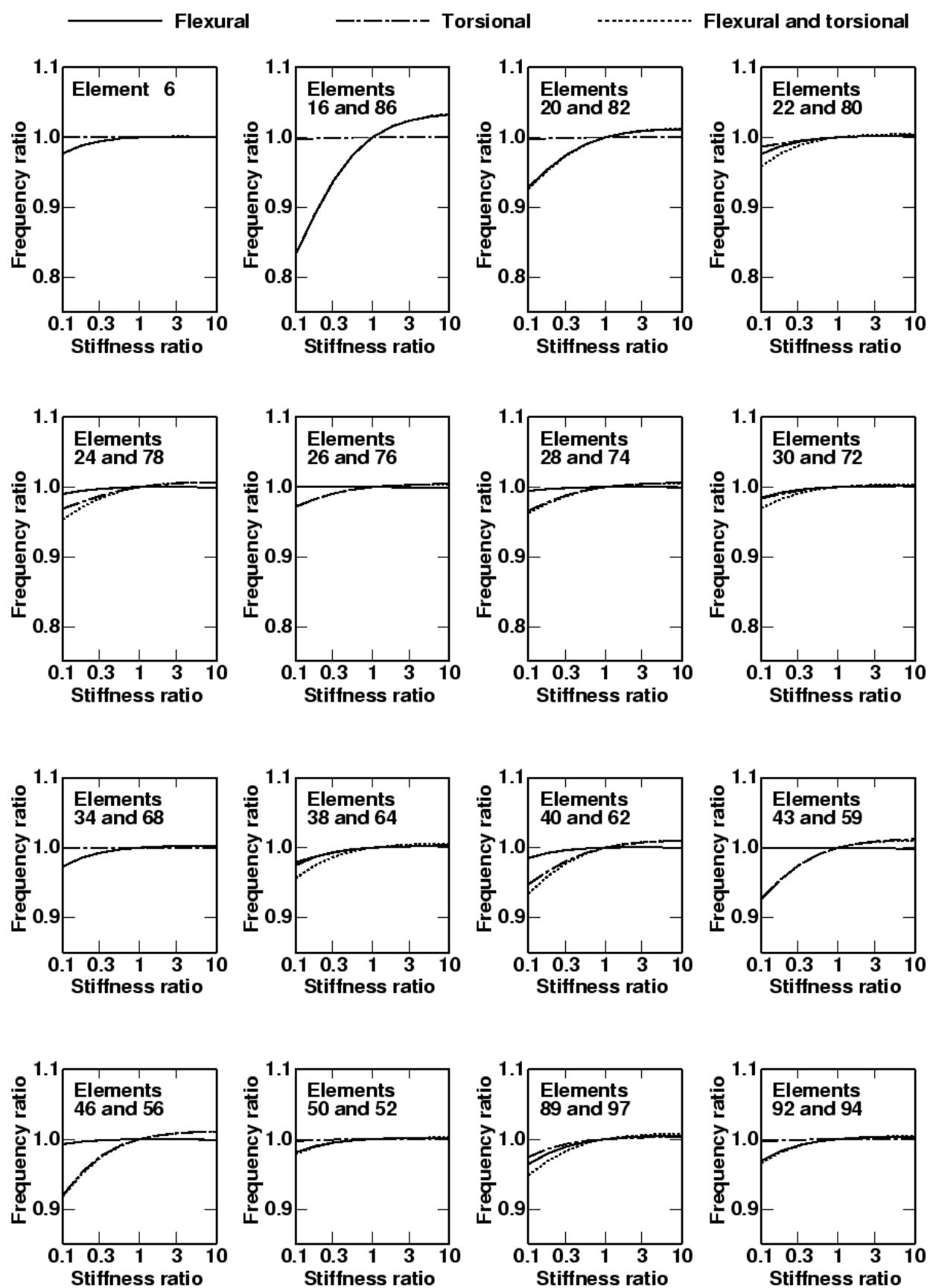


図9 フレームの2次曲げ固有振動数に及ぼすフレーム剛性変更の影響

1次ねじりモードに関しては、節である要素 34（要素 68）、要素 51、要素 93 付近において、ねじり剛性增加による寄与が大きく、曲げ剛性の寄与がほとんどなく、腹である要素 43（要素 59）、要素 24（要素 78）付近において、曲げ剛性增加による寄与が若干みられ、ねじり剛性の寄与がほとんどみられない。1次曲げモードについても、節（要素 25、要素 77、要素 43、要素 59）と腹（要素 34、要素 68、要素 51、要素 93）において、1次ねじりモードとほぼ同様のことがいえる。

4. 2 フレーム

フレーム剛性の局所的変更に関するストリングスのないフレームの固有振動数の変化を、1次曲げモードについて図 7 に、1次ねじりモードについて図 8 に、2次曲げモードについて図 9 にそれぞれ示す。これらの図には、曲げ剛性あるいはねじり剛性を単独で変更した場合に加えて、相乗効果を調べるため曲げ剛性とねじり剛性を同時に変更した場合の結果が書き込んである。4. 1 と同様に標準フレームの特にヘッド部の曲げ剛性がすでに十分高く、剛性増加の効果は主としてねじり剛性の増加によらねばならないことがわかる。

1次曲げモードに関しては、ねじりのひずみエネルギーが要素 22（要素 80）で最大になっており、この付近が腹（要素 24、要素 78）に近いにも拘わらずねじり剛性増加による寄与が大きい。このように、フレームではねじりのひずみエネルギーが極大になる位置が振動の節からずれるという複雑さをもっている。スロート部の部材が分岐する個所に近い要素 20（要素 82）では曲げ剛性増加による寄与が大きい。要素 24（要素 78）においては、曲げ剛性とねじり剛性を同時に変更したときの相乗効果が若干みられる。

1次ねじりモードに関しては、節である要素 34（要素 68）および要素 51 付近においてねじり剛性増加による寄与が大きく、分岐部の要素 20（要素 82）では曲げ剛性増加による寄与が大きい。要素 22（要素 80）では曲げ剛性とねじり剛性の相乗効果がみられる。

2次曲げモードに関しては、腹である要素 16（要素 86）では曲げ剛性増加による寄与が大きく、スロート部の曲げ剛性は飽和していないことがわかる。節である要素 43（要素 59）ではねじり剛性増加による寄与もいくぶんみられる。

4. 3 ラケット

フレーム剛性を局所的に変えたときのラケットの固有振動数の変化を、1次曲げモードについて図 10 に、1次ねじりモードについて図 11 に、2次曲げモードについて図 12 にそれぞれ示す。これらの図と図 7 から図 9 までを比較すると、ストリングスのあるラケットの場合の方がフレームのみの場合と比べて、剛性変更による固有振動数変化の感度が総体的に若干高い傾向があるものの、両者にほとんど差のないことがわかる。ただし、表 1 と表 2 からわかるように、フレームとラケットの固有振動数そのものには低次モードにおいて 5% 以上の開きがあることを忘れてはならない。

4. 4 全体的考察

上述の結果を全体的にみた考察を述べる。本報告で対象としているのは全周囲自由なラケット全体の横振動およびねじり振動であるが、横振動であってもねじり振動であっても共にフレーム部材の曲げ剛性のみならずねじり剛性が大きく関与していることがわかる。標準ラケットの剛性を増減した場合、総体的にみて固有振動数変化の感度は増加した場合の方が減少した場合に比べて圧倒的に小さく、その傾向はねじり剛性よりも曲げ剛性の方が顕著である。このことは、固有振動数増加の方策として

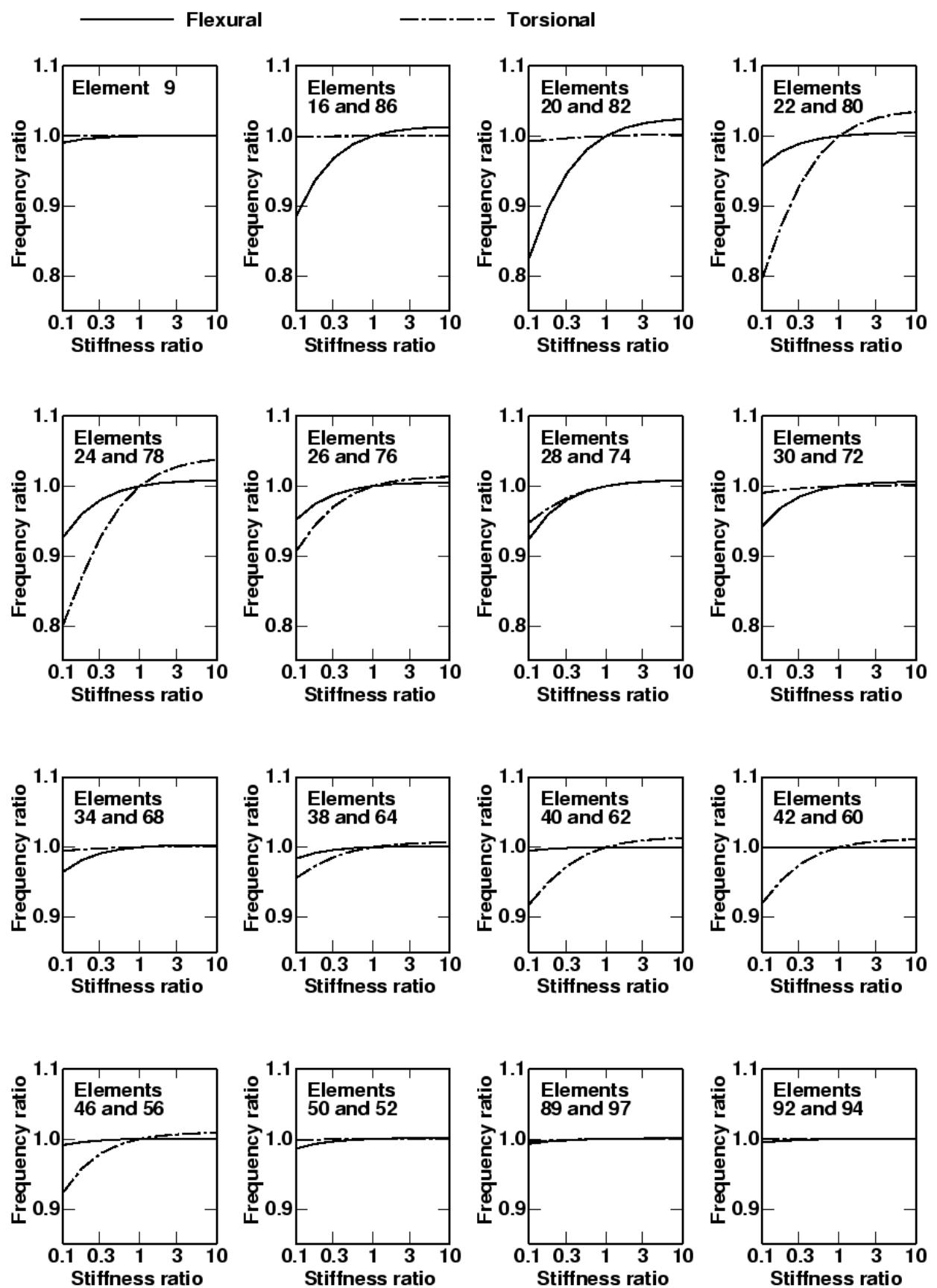


図10 ラケットの1次曲げ固有振動数に及ぼすフレーム剛性変更の影響

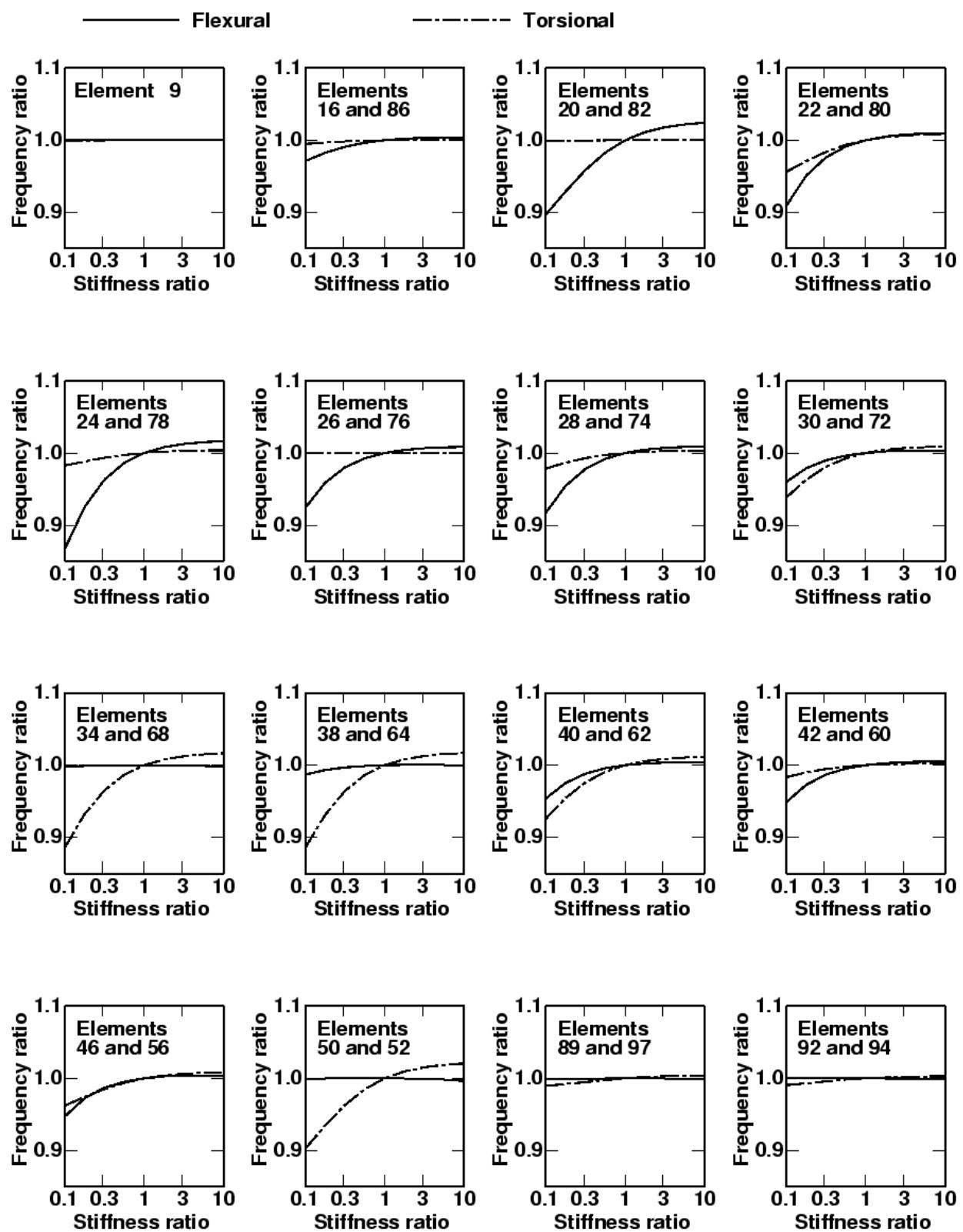


図 1.1 ラケットの1次ねじり固有振動数に及ぼすフレーム剛性変更の影響

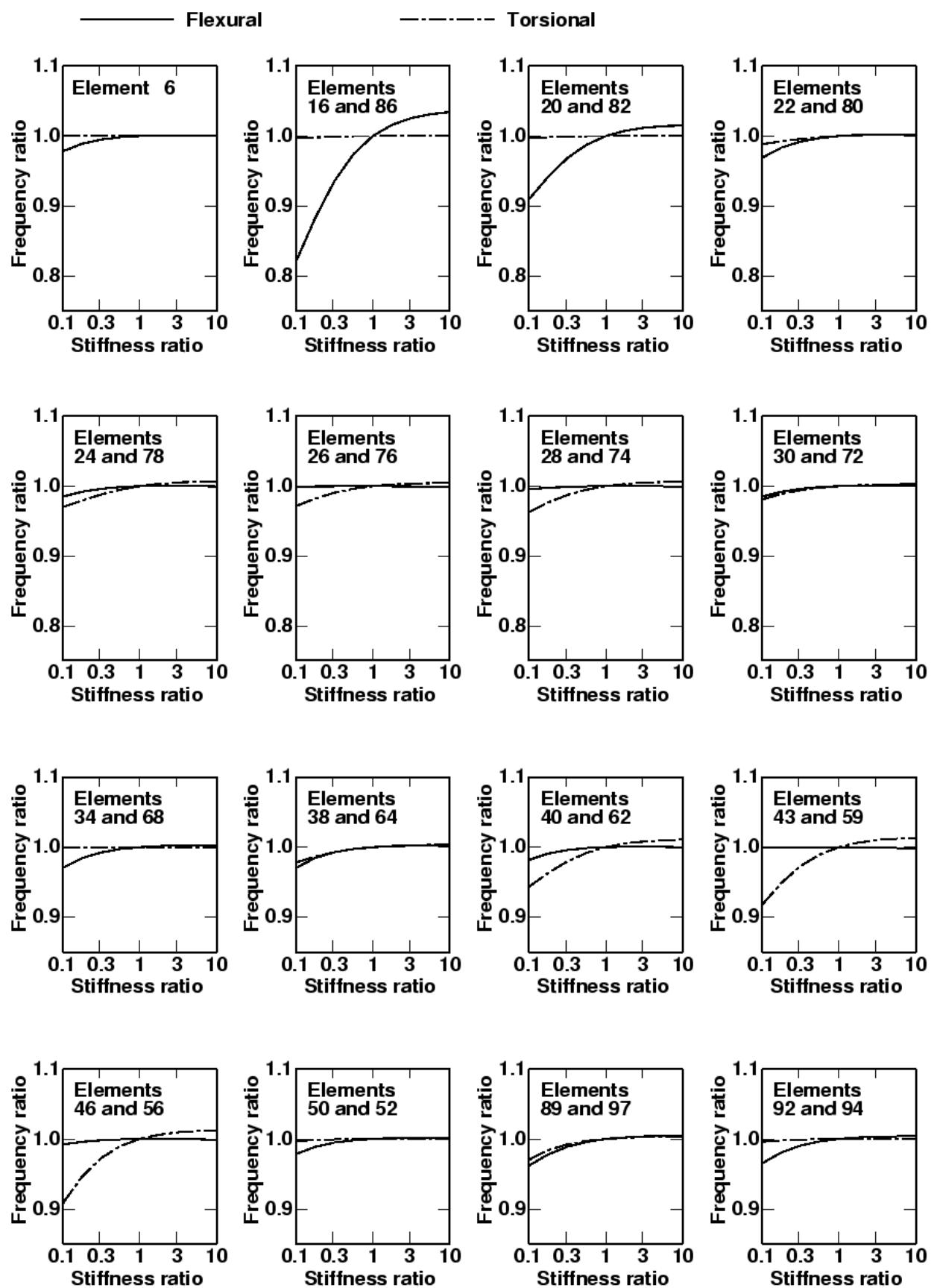


図 1.2 ラケットの 2 次曲げ固有振動数に及ぼすフレーム剛性変更の影響

は曲げよりもねじり剛性増加に力点を置くべきことを示している。さらに、フレーム断面形状を構造力学的に見た場合、ねじり剛性が顕著に不足する原因は特に見当たらないので、ねじり剛性低下の主原因はグロメット穴などフレーム側面の開口にあると推定され、ねじり剛性増加の有効的手段としては開口部を補強することが考えられる。

最適補強箇所の選定に関しては、振動の腹付近では曲げ剛性を、振動の節付近ではねじり剛性を補強することが固有振動数の有効な增加につながるという単純はりから帰結される判断基準は、ラケットヘッドのみでは正確に、ラケット全体に対しても大まかには適用可能である。しかし、ラケットフレームのスロート部など分岐のある箇所においては、ひずみエネルギーの分布が単純はりから容易に推定できるものではなく、前述の判断基準は当てはまらない。

フレームの剛性変更による固有振動数の変化にストリングスの有無が与える影響は、固有振動数そのものに有意の差を生じさせるものの、定性的傾向にはほとんど差のない結果になっている。しかし、ストリングスの有無がラケットの固有振動数に与える影響は、見かけ上小さくても複雑なメカニズムの重なりあった結果であるから、慎重な扱いが必要と考えられる。

5. まとめ

テニスラケットの反発特性に直接影響を与える要因としての固有振動に着目し、フレームを3次元はり要素によりモデル化したラケットの有限要素解析から、フレームの局所的な曲げ剛性とねじり剛性の変更がラケットの低次の固有振動数に及ぼす影響を詳細に調べることにより、以下のことがわかった。

- (1) 基本的には振動の腹において曲げ剛性を、節においてねじり剛性を増加させることにより、有效地に固有振動数を高めることができる。
- (2) ラケットヘッド部分の曲げ剛性は標準的なラケットにおいて既に十分に高く、それを増加させても固有振動数の増加にほとんど寄与しない。
- (3) 上記(1), (2)で述べた点から振動の節のねじり剛性を高めることが固有振動数の増加につながるケースが多いが、振動の腹がスロート部にある2次曲げモードについては、この腹部分の曲げ剛性を増加させることが固有振動数の増加に効果的である。
- (4) フレームの構造要素が分岐する付近においては、その変形状態は複雑であって(1)に述べたことはそのまま適用できない。

本報告はフレームを3次元はり要素でモデル化した解析であるが、ラケットフレームは現実には複雑な曲がったパイプ状構造物であって、はりとしての仮定が成立しない変形が生じている可能性が懸念される。そこで、フレーム全体をシェル要素でモデル化する有限要素解析システムの開発を進めており、近々解析に着手する予定である。

参考文献

- (1) 神田芳文、「有限要素法によるテニスラケットとボールの衝突解析（反発性能改善のためのラケットの最適設計）」、日本機械学会論文集(C編), 65巻, 638号, 3890, (1999)
- (2) 川副嘉彦, 神田芳文、「テニスにおけるボール・ラケット系の衝突現象の解析（フレーム振動の影響とラケットの最適設計）」、日本機械学会論文集(C編), 59巻, 563号, 2116, (1993)